

поэтому мы ограничимся здесь лишь немногими замечаниями об остальной части их содержания.

Развитая в седьмой книге теория пропорций представляет, по существу, лишь изложение важнейших общих предложений, употребляемых при вычислении с дробями. (Поэтому, в противоположность тому, как мы поступили при изложении пятой книги, мы писали теперь отношения в виде дробей).

Непрерывные пропорции, о которых говорится в восьмой и девятой книгах, представляют, как мы уже сказали, древнюю форму геометрических прогрессий, но с целыми членами; отношение между членами, занимающими различные места в таком ряду, представляют древнюю форму различных *степеней* целых чисел и дробей. Некоторые теоремы о корнях являются результатом вставки средних пропорциональных.

Наиболее важные результаты в области теории чисел содержатся в теоремах 20 и 36 девятой книги: в первой доказывается, что существует бесконечное множество первых чисел, на основании того, что произведение всех последовательных первых чисел $+ 1$ либо само есть новое высшее первое число, либо содержит множителем такое высшее первое число; во второй же доказывается, что если в произведении $(1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^n) 2^n$ первый множитель является первым числом, то само это произведение представляет „совершенное“ число, т. е. число, равное сумме всех своих множителей; правильность этой теоремы нетрудно доказать на основании теоремы 35, которая, как мы уже сказали (см. выше, стр. 105), дает нам необходимое для этого доказательства суммирование геометрических прогрессий.

18. Несоизмеримые величины: десятая книга Эвклида. Если мы не будем останавливаться подробнее на десятой книге „Начал“, наиболее обширной книге эвклидова труда, то не потому, что содержащийся в ней материал, накапливавшийся со времен Теэтета вплоть до Эвклида — не представляет большого значения, — наоборот; но дело в том, что, несмотря на тщательное изложение Эвклидом материала, его трудно охватить, ибо нелегко, не обладая никакой системой знаков, разобраться среди классифицированных в этой книге иррациональных величин. Хотя названные классификации употреблялись впоследствии в течение долгого времени, но все же десятая книга „Начал“ не смогла приобрести столь длительного исторического значения, как другие части этого труда. Объясняется это тем, что алгебраическая символика, даже на первых шагах ее развития, дает гораздо более ясную и обозримую картину различных видов иррациональных величин. Мы сами ограничимся здесь тем, что попытаемся дать с помощью современных символов некоторое представление о том, что представляют собой классифицированные в этой книге величины, не останавливаясь на вопросе о наименованиях, служащих Эвклиду для классификации их.

Что касается самих этих наименований, то в интересах читателей, намеренных обратиться к самому тексту Эвклида, замечу, что